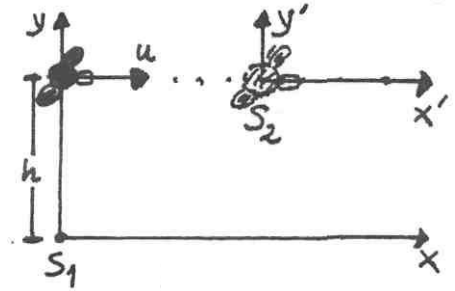
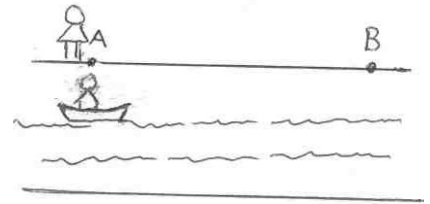


Ασκήσεις Κεφαλαίου 1.

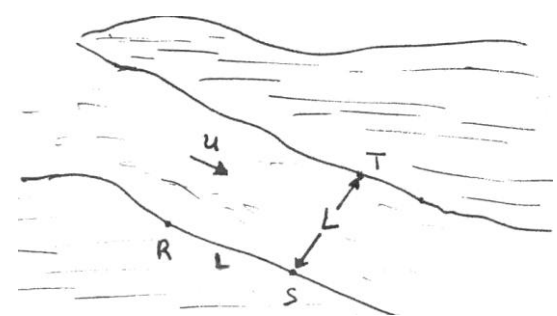
1. Μια βόμβα αφήνεται από ένα αεροπλάνο που πετά σε ύψος $h=2\text{km}$ με μία σταθερή οριζόντια ταχύτητα $u=150\text{m/sec}$ (βλέπε διπλανό σχήμα). Βρείτε τις εξισώσεις
 α) της κίνησης β) της ταχύτητας γ) της επιτάχυνσης της βόμβας στο σύστημα αναφοράς της Γής (S_1) και στο σύστημα αναφοράς του πιλότου (S_2).



2. Δύο σημεία A και B απέχουν 2km, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Δύο άνθρωποι αποφασίζουν να κάνουν τη διαδρομή ABA. Ο πρώτος με μια βάρκα που κινείται με ταχύτητα 8km/h σε σχέση με το νερό και ο δεύτερος με τα πόδια και με ταχύτητα 8km/h.
 α) Αν η ταχύτητα του ποταμού είναι 4km/h με κατεύθυνση από το A στο B, ποιος είναι ο χρόνος που θα χρειαστεί ο καθένας για να ολοκληρώσει τη διαδρομή; β) Ποια η ταχύτητα του ανθρώπου στο έδαφος σε σχέση με τον άνθρωπο της βάρκας για τη διαδρομή AB;



3. Ένας ποταμός πλάτους L ρέει με σταθερή ταχύτητα u . Ένας κολυμβητής A διανύει τη διαδρομή SRS παράλληλα στην ακτή και ένας κολυμβητής B διανύει τη διαδρομή STS κάθετα στην ακτή (βλέπε διπλανό σχήμα). Αν η ταχύτητα του κάθε κολυμβητή σε σχέση με το νερό είναι c , δείξτε ότι :



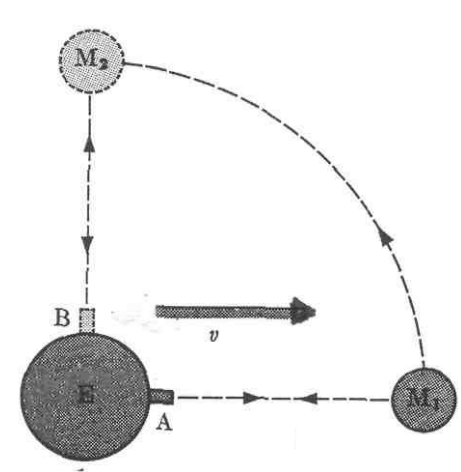
α) ο χρόνος για τη διαδρομή SRS είναι: $t_{SRS} = \frac{2Lc}{c^2 - u^2}$

β) ο χρόνος για τη διαδρομή STS είναι $t_{STS} = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - u^2}}$

4. Παιδιά που στέκονται στα απέναντι άκρα ενός βαγονιού κυλούν μπάλες στο διάδρομο το ένα προς το άλλο. Και οι δύο μπάλες κινούνται με ταχύτητα u_0 σε σχέση προς το βαγόνι το οποίο κινείται προς τα εμπρός με σταθερή ταχύτητα v σε σχέση με το έδαφος.

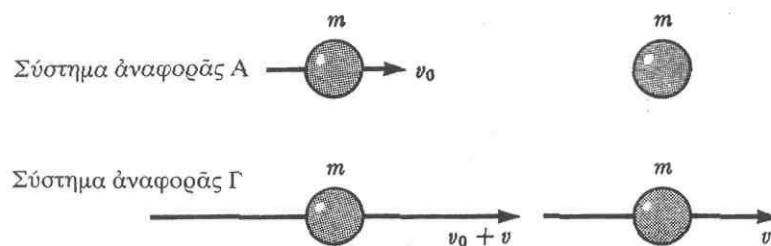
1) Ποια η ταχύτητα της κάθε μπάλας σε σχέση με το έδαφος; 2) Ποια η επιτάχυνση της κάθε μπάλας στο σύστημα αναφοράς του εδάφους; 3) Αν οι μπάλες ξεκινήσουν ταυτόχρονα ποια θα φθάσει πρώτα στο μέσο της απόστασης των δύο παιδιών;

5. Ένας πειραματικός αποφασίζει να χρησιμοποιήσει φως Laser που ανακλάται από το φεγγάρι για να ελέγξει για μια επίδραση του αιθέρα. Όταν το τηλεσκόπιο του είναι στη θέση A και το φεγγάρι στη θέση M_1 μετρά με ακρίβεια το χρόνο του μετ'επιστροφής ταξιδιού ενός παλμού φωτός Laser (βλέπε διπλανό σχήμα). Περίπου μια εβδομάδα αργότερα, όταν το τηλεσκόπιο είναι στο B και το φεγγάρι στο M_2 , μετρά πάλι το χρόνο του μετ'επιστροφής ταξιδιού. Υποθέτοντας ότι οι αποστάσεις AM_1 και BM_2 είναι ίδιες και ότι η Γη κινείται σε σχέση με τον υποθετικό αιθέρα κατά την διεύθυνση που δείχνεται στο Σχήμα με $v=10^{-4}c$ βρείτε:



- 1) Ποιος είναι κατά προσέγγιση ο χρόνος του μετ'επιστροφής ταξιδιού για το φως που ανακλάται από το φεγγάρι;
- 2) Ποια είναι κατά προσέγγιση η διαφορά στους χρόνους των δύο ταξιδιών μετ'επιστροφής για τις δύο μετρήσεις;
- 3) Αν οι αποστάσεις AM_1 και BM_2 είναι γνωστές με ακρίβεια 0.3m και οι χρόνοι με ακρίβεια 1nsec , είναι το πείραμα πρακτικό;

6. Ένας παίκτης του μπιλιάρδου προπονείται κατά τη διάρκεια μιας πτήσης. Κτυπά μια μπάλα, η οποία, στο δικό του σύστημα αναφοράς κινείται προς τα εμπρός με ταχύτητα v_0 και συγκρούεται κατά μέτωπο με μια ακίνητη μπάλα (βλέπε παρακάτω σχήμα). Σε ένα σύστημα αναφοράς που είναι στερεωμένο στη Γη, οι αρχικές ταχύτητες των μπαλών είναι v_0+v και v . Γράψτε και λύστε τις εξισώσεις διατήρησης της κινητικής ενέργειας και ορμής σε αμφότερα τα συστήματα αναφοράς για να βρείτε τις τελικές ταχύτητες των μπαλών σε αμφότερα τα συστήματα. Επαληθεύστε ότι τα δύο σύνολα των απαντήσεων συνδέονται μέσα από ένα μετασχηματισμό του Γαλιλαίου για την ταχύτητα.



7. Ένας επιβάτης του μπροστινού καθίσματος ενός κινουμένου αυτοκινήτου πετά με παραβολική τροχιά μια καραμέλα σε ένα επιβάτη του πίσω καθίσματος. Οι συντεταγμένες της ταχύτητας της καραμέλας σε σχέση με το αυτοκίνητο είναι v_x και v_y' και η ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι v .
- α) Γράψτε μία εξίσωση που συνδέει την κινητική ενέργεια της καραμέλας στο σύστημα αναφοράς του αυτοκινήτου με την κινητική της ενέργεια στο σύστημα αναφοράς του εδάφους.
 - β) Για ποια ταχύτητα v , αν υπάρχει, οι δύο αυτές κινητικές ενέργειες είναι ίσες;
 - γ) Γράψτε μια εξίσωση που συνδέει τη x -συνιστώσα της ορμής της καραμέλας στο σύστημα του εδάφους.
 - δ) Για ποια ταχύτητα v , αν υπάρχει, η ιπτάμενη καραμέλα διανύει την ίδια απόσταση και στα δύο συστήματα αναφοράς;

Ασκήσεις Κεφαλαίου 2.

1.α) Για ποιες δύο μετρήσεις συμφωνούν πάντοτε δύο αδρανειακοί παρατηρητές που βρίσκονται σε σχετική κίνηση μεταξύ τους;

β) Ένας αστροναύτης πάνω στη Γη έχει 70 σφυγμούς το λεπτό. Πόσους σφυγμούς το λεπτό θα έχει ο αστροναύτης όταν ταξιδεύει στο διάστημα με ταχύτητα $v=0.99c$, όταν η μέτρηση γίνεται **ι)** από παρατηρητή του διαστημοπλοίου **ii)** από παρατηρητή στη Γη.

2. Μία ράβδος είναι ακίνητη στο αδρανειακό σύστημα S_{xyz} , βρίσκεται στο επίπεδο xy και σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα x . Το μήκος ηρεμίας της ράβδου που μετρά ο S είναι ℓ_0 . Να υπολογιστεί το μήκος της ράβδου που μετρά ένας παρατηρητής S' που κινείται με σταθερή ταχύτητα $V\bar{x}_0$ ως προς τον S καθώς και η γωνία θ' όπως την μετρά επίσης ο S' .

3. Πρωτόνια ταχύτητας $0.8c$ κινούνται ευθύγραμμα σε εκκενωμένο σωλήνα μήκους $1m$ σύμφωνα με παρατηρητή του εργαστηρίου O .

α) Πόσο διαρκεί η διέλευση τους από τον σωλήνα σύμφωνα με παρατηρητή O' που κινείται μαζί με τα πρωτόνια;

β) Ποιο το μήκος του σωλήνα κατά τον O'

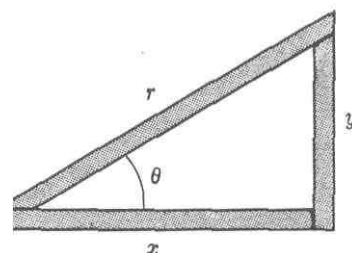
4. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο έχει πλευρές μήκους x και y , μια υποτείνουσα r , και μια εσωτερική γωνία θ , όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα. Για ένα παρατηρητή που κινείται παράλληλα προς την πλευρά x με ταχύτητα $v = \beta c$, το τρίγωνο έχει πλευρές μήκους x' και y' , μια υποτείνουσα μήκους r' και μια εσωτερική γωνία θ' .

α) Γιατί ο κινούμενος παρατηρητής συμφωνεί με έναν ακίνητο παρατηρητή ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο;

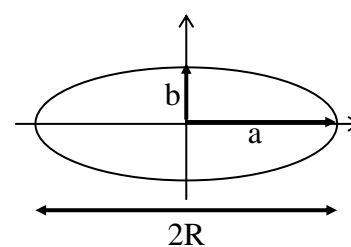
β) Αποδείξτε ότι οι γωνίες θ και θ' συνδέονται με τη σχέση:

$$\tan \theta' = \frac{\tan \theta}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

γ) Αποδείξτε ότι τα μήκη r και r' συνδέονται με τη σχέση: $r' = r\sqrt{1 - \beta^2 \cos^2 \theta}$



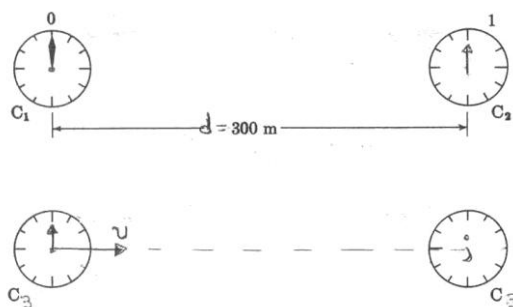
5. Αν ένας κυκλικός δίσκος φαίνεται σε ένα παρατηρητή στη γη με την ελλειπτική μορφή του διπλανού σχήματος, τι μπορείτε να πείτε για την κίνηση του δίσκου ως προς τον παρατηρητή και γιατί;



6. Ένα ρολόι C_3 τοποθετείται δίπλα στο ρολόι C_1 (βλέπε διπλανό σχήμα) και συγχρονίζεται με το C_1 . Κατόπιν το C_3 κινείται απόσταση d με ταχύτητα v μέχρι φθάσει κοντά στο ρολόι C_2 . Πόσο πρέπει να μετακινηθεί η ένδειξη του C_3 για να το φέρει σε συγχρονισμό με το C_2 ; Δώστε την απάντησή σας

α) αλγεβρικά

β) αριθμητικά για $v=0.6c$ και $d=300m$.



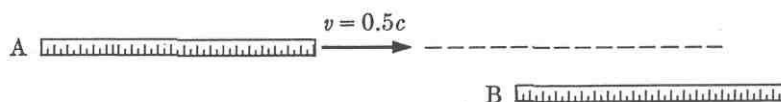
7. Ένας παρατηρητής A δηλώνει. Στις 12.00 ακριβώς δύο φωτόνια κτύπησαν στο ίδιο σημείο του συστήματος αναφοράς μου. Ένα μsec αργότερα έγινε η εκπομπή ενός ηλεκτρονίου από το ίδιο σημείο. Ένας δεύτερος αδρανειακός παρατηρητής B που κινείται με μεγάλη ταχύτητα σε σχέση με τον A παρατηρεί τα ίδια γεγονότα. Σε ποια σημεία της περιγραφής του A συμφωνεί και σε ποια όχι;

8. Δύο παρατηρητές A και B στέκονται ο ένας σε απόσταση 50cm από τον άλλο. Καθώς μια ράβδος μήκους 1m περνά δίπλα τους, βρίσκουν ότι είναι απέναντι στα δύο άκρα της ράβδου συγχρόνως.

α) Ποια η ταχύτητα της ράβδου;

β) Για παρατηρητές στο σύστημα αναφοράς της ράβδου πόσο απέχουν οι A και B;

9. Η ράβδος A μήκους ενός μέτρου, κινείται με τη μισή ταχύτητα του φωτός και περνά τη ράβδο του ενός μέτρου B που είναι ακίνητη στο εργαστήριο(βλέπε παρακάτω σχήμα). Τη χρονική στιγμή ,στο εργαστήριο, που η αρχή της κινούμενης ράβδου συμπίπτει με την αρχή της ακίνητης, που βρίσκεται το τέλος της κινούμενης ράβδου σύμφωνα με τον παρατηρητή του εργαστηρίου;



10. Ένα φανταστικό σχετικιστικό βαγόνι τραίνου ,όταν είναι ακίνητο, έχει μήκος 14m.Για να μετρήσουν το μήκος του καθώς κινείται με 99% της ταχύτητας του φωτός, οι παρατηρητές του εδάφους σημειώνουν τη θέση της αρχής του βαγονιού σε μια δεδομένη χρονική στιγμή και τη θέση του τέλους του κατά την ίδια χρονική στιγμή.

α)Δείξτε ότι οι παρατηρητές που βρίσκονται πάνω στο τρένο θεωρούν ότι πέρασαν 46nsec μεταξύ των δύο αυτών μετρήσεων.

β)Ποιο είναι το μήκος του κινούμενου βαγονιού που μετρούν οι παρατηρητές του εδάφους;

11.α) Σε ένα σύστημα αναφοράς τα γεγονότα A και B συμβαίνουν ταυτόχρονα σε διαφορετικά σημεία του χώρου.

α)Υπάρχουν άλλα συστήματα αναφοράς στα οποία το A συμβαίνει πριν το B και άλλα που το B συμβαίνει πριν από το A;

β) Τα γεγονότα Γ και Δ είναι ταυτόχρονα σε όλα τα συστήματα αναφοράς. Ποια επιπλέον ιδιότητα έχουν τα γεγονότα αυτά ;

12.α) Διατυπώστε με δικά σας λόγια και σχολιάστε την αρχή της αμοιβαιότητας

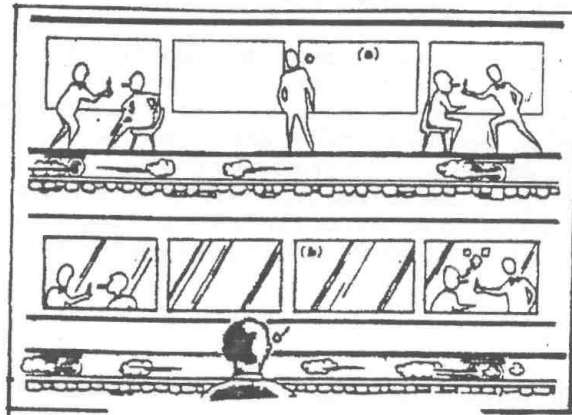
β)Δύο lasers τοποθετημένα σε ένα κινούμενο διαστημόπλοιο πυροδοτούνται ταυτόχρονα. Ένας παρατηρητής στο διαστημόπλοιο υποστηρίζει ότι βλέπει τους φωτεινούς παλμούς ταυτόχρονα. Ποια επί πλέον συνθήκη είναι απαραίτητη έτσι ώστε και ένας ακίνητος παρατηρητής στη Γη να συμφωνεί ότι οι δύο παλμοί εκπέμπονται ταυτόχρονα ;

13. Δύο γεγονότα A και B γίνονται πάνω στον άξονα x ενός συστήματος αναφοράς S_{xy} . Το A στην αρχή των αξόνων και το B μετά από χρόνο t στη θέση x_B .

α) Να προσδιοριστεί σύστημα αναφοράς S' για το οποίο τα γεγονότα A και B είναι ταυτόχρονα.

β) Ποια η χωρική απόσταση των γεγονότων αυτών στο σύστημα αναφοράς S' ;

14. Σύμφωνα με τον παρατηρητή του τραίνου Ο του παρακάτω σχήματος το άναμμα των δύο πούρων γίνεται συγχρόνως. Ένας δεύτερος παρατηρητής στο έδαφος Ο' ισχυρίζεται ότι το δεξί πούρο άναψε νωρίτερα κρίνοντας από τον καπνό του. Προς τα πού κινείται το τραίνο; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.



15.α) Με βάση το Μετασχηματισμό Lorentz των συντεταγμένων ενός σχετικιστικού σωματιδίου βρείτε το μετασχηματισμό Lorentz των ταχυτήτων. Θεωρείστε μονοδιάστατη κίνηση του σωματιδίου.

β) Δύο διαστημόπλοια Α και Β κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις. Σε σχέση με παρατηρητή στη Γη η ταχύτητα του Α είναι ίση με $0.75c$ και του Β ίση με $0.85c$. Ποια η ταχύτητα του Β σε σχέση με το Α; γ) Τι θα βρίσκατε στο ερώτημα β) εάν χρησιμοποιούσατε τον μετασχηματισμό του Γαλιλαίου;

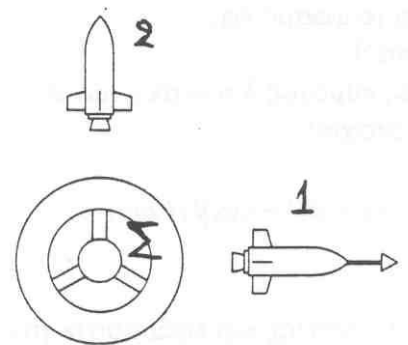
16. Ένα διαστημόπλοιο έχει τριπλάσιο ιδιομήκος από ένα άλλο. Τα δύο διαστημόπλοια κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση και τη στιγμή που περνούν ακριβώς πάνω από ένα γήινο παρατηρητή, ο παρατηρητής μετρά τα μήκη τους και τα βρίσκει ίσα.

α) Αν το βραδύτερα κινούμενο διαστημόπλοιο έχει ταχύτητα $0,35c$ ως προς τον γήινο παρατηρητή ποια η ταχύτητα του ταχύτερα κινούμενου;

β) Ποια η ταχύτητα του ταχύτερα κινούμενου διαστημοπλοίου ως προς το βραδύτερα κινούμενο;

17. α) Με βάση τους μετασχηματισμούς Lorentz των συντεταγμένων ενός σχετικιστικού σωματιδίου που κινείται στο επίπεδο (x,y) με συνιστώσες ταχύτητα (v_x, v_y) βρείτε τους μετασχηματισμούς Lorentz των ταχυτήτων (v'_x, v'_y) . Θεωρείστε ότι το σύστημα S' κινείται ως προς το S , με σχετική ταχύτητα $V\hat{x}_0$.

β) Δύο διαστημόπλοια αφήνουν ένα διαστημικό σταθμό Σ όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα. Οι ταχύτητες των διαστημοπλοίων 1 και 2 ως προς το σταθμό είναι $0,6c$ και $0,8c$ αντίστοιχα. Ποια η ταχύτητα (μέτρο και διεύθυνση) του διαστημοπλοίου 2 ως προς το διαστημόπλοιο 1;



18. Δύο διαστημόπλοια κινούνται με ταχύτητα $0.5c$ σχετικά με τη Γη αλλά σε αντίθετες κατευθύνσεις. Παρατηρητής στο ένα διαστημόπλοιο μετρά την περίοδο ενός εκκρεμούς στο όχημα του και τη βρίσκει 1sec . Ποια η περίοδος του εκκρεμούς αυτού

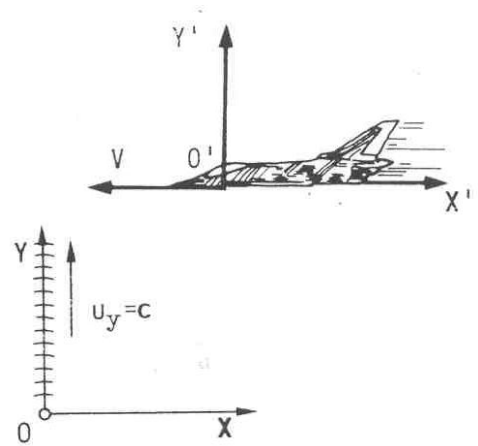
α) για παρατηρητή του άλλου διαστημοπλοίου

β) για παρατηρητή στη Γη.

19. Ο παρατηρητής Ο του παρακάτω σχήματος εκπέμπει ένα παλμό φωτός κατά τον άξονα y. Ένας άλλος παρατηρητής Ο' κινείται με ταχύτητα $v = \frac{c}{2}$ προς τα αριστερά (βλέπε διπλανό

Σχήμα). Πως αντιλαμβάνεται την κίνηση του παλμού ο Ο' :

- α) Σύμφωνα με την ειδική θεωρία της σχετικότητας;
β) Σύμφωνα με την θεωρία σχετικότητας του Γαλιλαίου;



20. Ο μέσος χρόνος ζωής των π^+ μεσονίων στο δικό τους σύστημα αναφοράς είναι 2.8×10^{-8} sec. Μια δέσμη από 10^4 μεσόνια κάνει μια διαδρομή 58.9m με ταχύτητα $v=0.99c$ ως προς τη Γη.

- α) Πόσα μεσόνια 'επιζούν' όταν η δέσμη φθάσει στο τέλος της διαδρομής;
β) Πόσα μεσόνια θα 'επιζούσαν' στον ίδιο χρόνο αν παρέμεναν σε ηρεμία;

21. Μιόνια δημιουργούνται σε ύψος 20km από την επιφάνεια της Γης. Αν ο μέσος χρόνος ζωής τους είναι $\tau_0=2.2$ msec πόση πρέπει να είναι η ταχύτητα τους ώστε φθάνοντας στην επιφάνεια της Γης να έχουν διασπαστεί το 99% του αρχικού τους αριθμού;

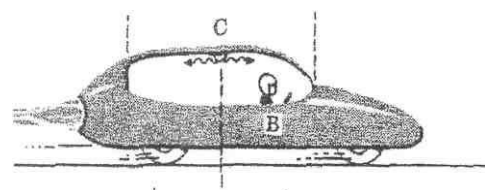
22. Ο μέσος χρόνος ζωής τ_0 των μ μεσονίων ως προς το δικό τους σύστημα αναφοράς είναι 2.2 msec. Έστω μια μεγάλη δέσμη από μ μεσόνια που παράγονται σε κάποιο ύψος h και κινούνται κατακόρυφα προς τα κάτω με $v=0.99c$. Θεωρείστε τον αριθμό των κρούσεων στην ατμόσφαιρα αμελητέο. Αν 1% από τα αρχικά μεσόνια επιζούν και φθάνουν στην επιφάνεια της Γης να υπολογιστεί:

- α) Το αρχικό ύψος h.
β) Το μήκος της διαδρομής αυτής σε σχέση με το σύστημα των μεσονίων.

23. Ένα διαστημόπλοιο απομακρύνεται κατακόρυφα από τη Γη με ταχύτητα $V=c/2$. Ένα φωτεινό σήμα μήκους κύματος $\lambda=4000\text{\AA}$ εκπέμπεται προς τη Γη από ένα Laser επάνω στο διαστημόπλοιο. Με τι ταχύτητα και τι μήκος κύματος θα φθάσει στη Γη;

24. Ένας ορισμένος γαλαξίας απομακρύνεται από τη Γη με ταχύτητα 1% της ταχύτητας του φωτός. α) Κατά ποιο ποσοστό μετατοπίζονται τα φασματικά μήκη κύματος του σε σχέση με τα μήκη κύματος των αντίστοιχων φωτεινών πηγών στη Γη; β) Μια χαρακτηριστική γραμμή εκπομπής του υδρογόνου στη Γη έχει μήκος κύματος 6563\AA . Ποιο είναι το μήκος κύματος της ακτινοβολίας αυτής στο φως του Γαλαξία που ανιχνεύεται στη Γη;

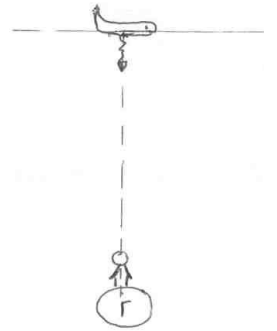
25. Σύμφωνα με τον οδηγό του αεριοθουμένου αυτοκινήτου του διπλανού σχήματος το εσωτερικό φως του αυτοκινήτου του εκπέμπει πορτοκαλί φως μήκους κύματος 6000\AA . Σε σχέση με ένα παρατηρητή που στέκεται στο πλάι του δρόμου η ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι $c/3$. Σύμφωνα με τον παρατηρητή αυτόν ποιο το μήκος κύματος του εκπεμπόμενου προς τα εμπρός φωτός; Ομοίως για την περίπτωση του εκπεμπόμενου προς τα πίσω φωτός.



26. Τα κουέζαρς συχνά χαρακτηρίζονται από μια παράμετρο ερυθρής μετατόπισης $Z = \Delta\lambda/\lambda_0$, όπου λ_0 το μήκος κύματος μιας ορισμένης φασματικής γραμμής που εκπέμπεται από μια γήινη πηγή και $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ η

μετατόπιση του μήκους κύματος της γραμμής αυτής που παρατηρείται στο φως ενός κουέζαρ. Δείξτε ότι η ταχύτητα απομακρύνσεως του κουέζαρ συνδέεται με το Z σύμφωνα με τη σχέση:
$$\frac{v}{c} = \frac{(Z+1)^2 - 1}{(Z+1)^2 + 1}$$

27. Ένας αστροναύτης ταξιδεύει με ένα διαστημόπλοιο που έχει ταχύτητα $0.90c$ σε σχέση με τη Γη. Ο αστροναύτης μετράει τους σφυγμούς του και τους βρίσκει $75/\text{min}$. Ηλεκτρομαγνητικά σήματα που παράγονται από τον σφυγμό του αστροναύτη αποστέλλονται στη Γη όταν το διαστημόπλοιο κινείται κάθετα στη νοητή ευθεία που ενώνει το διαστημόπλοιο με παρατηρητή στη Γη (βλέπε διπλανό σχήμα).



- α) Τι ρυθμό σφυγμών μετράει για τον αστροναύτη ο παρατηρητής στη Γη;
β) Θα πρέπει ο παρατηρητής στη Γη να ανησυχήσει για τον αστροναύτη με βάση το αποτέλεσμα της μέτρησης του;

28. Στο κέντρο ενός αεριωθούμενου αυτοκινήτου ανάβεται ένα φως. Σύμφωνα με τον οδηγό, η αρχή και το τέλος του αυτοκινήτου απέχουν απόσταση L από το φως. Το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα v .

- α) Ποιο είναι το τετράγωνο του διαστήματος του χωροχρόνου μεταξύ των γεγονότων να φθάσουν φωτόνια στο μπροστινό και στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου;
β) Υπολογίστε την ποσότητα αυτή αριθμητικά για $L=1\text{m}$ και ι) $v=0$ η ιι) $v=0.99c$

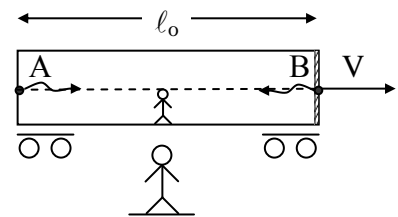
29. Έστω διαστημικό τρένο ιδιομήκους ℓ_0 που κινείται με ταχύτητα $\vec{V} = V\vec{x}_0$, όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα.

Γεγονός 1: Ένα φωτόνιο αφήνει το πίσω μέρος του τρένου (σημείο A).

Γεγονός 2: Το φωτόνιο ανακλάται από κάτοπτρο που είναι προσαρμοσμένο στο μπροστινό μέρος του τρένου (σημείο B).

Γεγονός 3: Το φωτόνιο επιστρέφει στο σημείο A απ' όπου ξεκίνησε.

Υπολογίστε το τετράγωνο του διαστήματος μεταξύ των γεγονότων (1 και 2) και (1 και 3) τόσο για παρατηρητή του τρένου όσο και για παρατηρητή του εδάφους. Δηλώστε αν το κάθε διάστημα είναι ομοιόχωρο, ομοιόχρονο ή μηδενικό.



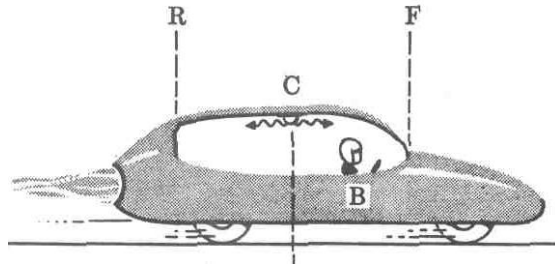
30. Γεγονός 1: Ένα φωτόνιο αφήνει ένα σημείο του πατώματος ενός αεριωθούμενου αυτοκινήτου, ξεκινώντας κατακόρυφα προς τα πάνω στο σύστημα αναφοράς του αυτοκινήτου. Γεγονός 2: Το φωτόνιο ανακλάται από την οροφή του αυτοκινήτου που βρίσκεται 1.2m πάνω από το πάτωμα. Γεγονός 3: Το φωτόνιο επιστρέφει στο σημείο του πατώματος από όπου ξεκίνησε.

α) Βρείτε τα διαστήματα μεταξύ των γεγονότων (1,2), (2,3) και (1,3) και δηλώστε αν το κάθε διάστημα είναι ομοιόχωρο, ομοιόχρονο ή μηδενικό.

β) Βρείτε τις διαφορές χώρου και χρόνου, Δx και Δt , μεταξύ των γεγονότων 1 και 3 για ένα παρατηρητή εδάφους που βλέπει το αυτοκίνητο να κινείται με ταχύτητα 70.7% της ταχύτητας του φωτός. Επαληθεύστε ότι το διάστημα που υπολόγισε για το ζεύγος αυτό των γεγονότων είναι το ίδιο με το διάστημα που υπολόγισε ο οδηγός.

31. Ένα διαστημόπλοιο που κινείται με σταθερή ταχύτητα v περνά κοντά στη Γη στο χρόνο $t=0$. Αργότερα, στέλνει πίσω ένα ραδιοφωνικό μήνυμα. Σε ένα διάγραμμα Minkowski χαράξτε τις κοσμικές γραμμές της Γης (αγνοήστε το πεπερασμένο μέγεθος της), του διαστημοπλοίου, και του ραδιοφωνικού κύματος και σημειώστε τα σημεία στα οποία τέμνονται οι κοσμικές γραμμές.

32. Σχεδιάστε το διάγραμμα Minkowski (ct,x) που αντιστοιχεί στο παρακάτω σχήμα. Συμπεριλάβετε κοσμικές γραμμές για το σημείο F κοντά στο μπροστινό μέρος του αυτοκινήτου, το σημείο R κοντά στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου, της λάμπας C στο κέντρο του αυτοκινήτου, και των δύο φωτονίων που εκπέμπονται από το C προς τα F και R όταν ανάβει το φως. Σημειώστε τα σημαντικά σημεία όπου τέμνονται οι κοσμικές γραμμές.



33. Ένα αεριοθούμενο αυτοκίνητο κινείται με $v=0.8c$. Καθώς περνά από ένα ρολόι που είναι πάνω στο έδαφος, ο οδηγός του αυτοκινήτου παρατηρεί ότι το ρολόι αυτό δείχνει $t=0$. Τη στιγμή αυτή βάζει το δικό του ρολόι να δείχνει $t'=0$. Αργότερα όταν το ρολόι του δείχνει $6\mu\text{sec}$, ο οδηγός κοιτάζει ένα άλλο ρολόι που βρίσκεται πάνω στο έδαφος και είναι συγχρονισμένο με το πρώτο.

- Τι θα δείχνει το δεύτερο αυτό ρολόι;
- Ποια η απόσταση μεταξύ των ρολογιών του εδάφους ως προς παρατηρητές του εδάφους και του αυτοκινήτου;
- Σύμφωνα με την αρχή της αμοιβαιότητας ο οδηγός του αυτοκινήτου βρίσκει ότι κάθε μεμονωμένο ρολόι στο έδαφος προχωρεί αργά. Πόσο θα δείχνει το πρώτο ρολόι στο έδαφος όταν το ρολόι του αυτοκινήτου δείχνει $6\mu\text{sec}$ σύμφωνα με τον οδηγό;
- Σύμφωνα με τον οδηγό τα ρολόγια του εδάφους δεν είναι συγχρονισμένα. Ποιο πάει μπροστά και κατά πόσο ;

34. Ένα φως φάρου σε ένα ορισμένο πλανήτη ανάβει μια φορά κάθε μsec σύμφωνα με τα ρολόγια του πλανήτη αυτού. Στο σύστημα αναφοράς ενός στόλου παραστικών εξωγήινων το φως κινείται κατά 400m μεταξύ διαδοχικών εκπομπών του φάρου.

- Ποια είναι η ταχύτητα του στόλου σε σχέση με τον πλανήτη;
- Ποιος είναι ο χρόνος που μετρούν οι εξωγήиноι μεταξύ διαδοχικών εκπομπών;

35. Ακίνητα φορτισμένα πιόνια έχουν ένα μέσο χρόνο ζωής ίσο με $2.6 \times 10^{-8}\text{sec}$. Τα φορτισμένα πιόνια που αναδύονται από ένα ορισμένο επιταχυντή έχουν ταχύτητα $0.8c$.

- Πόσος είναι ο μέσος χρόνος ζωής των κινουμένων πιονίων που μετράμε στο σύστημα του εργαστηρίου;
 - Πόση είναι η μέση απόσταση που διάνυσαν τα πιόνια στο εργαστήριο πριν διασπαστούν;
 - Πόση είναι η μέση απόσταση από τον επιταχυντή μέχρι τα σημεία διασπάσεως στο σύστημα ηρεμίας των πιονίων;
- (Υπόδειξη: Αυτή είναι η απόσταση που κινήθηκε ο επιταχυντής στο αναφοράς του πιονίου, όχι η μηδενική απόσταση που κινήθηκε το πιόνιο στο σύστημα ηρεμίας του)

36. Μέσα σε ένα σχετικιστικό βαγόκι που κινείται πάνω από τη Γη με ταχύτητα 80% της ταχύτητας του φωτός, ρίχνεται προς τα εμπρός μια σχετικιστική μπάλα με ταχύτητα, σε σχέση με το βαγόκι, ίση με το μισό της ταχύτητας του φωτός.

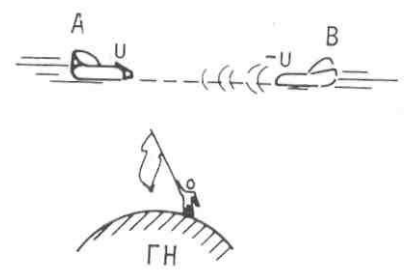
Γεγονός 1: Η μπάλα ρίχνεται από το $x'=0$ στο χρόνο $t'=0$.

Γεγονός 2: Κάποιος πιάνει την μπάλα στο $x'=6\text{m}$ και $t'=4 \times 10^{-8}\text{sec}$.

- Χαρακτηρίστε το διάστημα μεταξύ των γεγονότων 1 και 2
- Υπάρχει σύστημα αναφοράς στο οποίο να φαίνεται ότι η μπάλα πιάστηκε πριν ριχτεί ;
- Υπάρχει σύστημα αναφοράς στο οποίο να φαίνεται ότι η μπάλα κινείται προς τα αρνητικά x αντί για τα θετικά x ;

37. Σε ένα στόλο εξωγήινων ισχύει η εξής διαστημική συνθήκη: Ένα όχημα B θεωρείται φιλικό από ένα άλλο A, αν το A βλέπει τα φωτεινά σήματα που εκπέμπει ο B να έχουν πράσινο χρώμα ($\lambda_{\pi} = 5000 \text{ \AA}$). Θεωρείστε τα οχήματα A και B του διπλανού σχήματος που κινούνται με ταχύτητες μέτρου $0.1c$ ως προς ακίνητο παρατηρητή στη Γη.

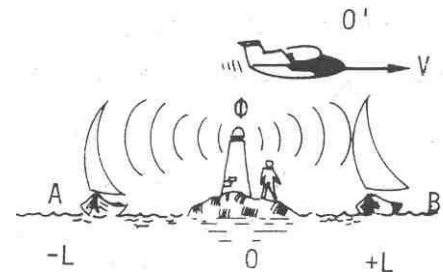
- α) Πόση είναι η ταχύτητα του B ως προς παρατηρητή A;
 β) Τι χρώμα σε \AA πρέπει να εκπέμπει ο B για να θεωρηθεί φιλικός από τον A;



38. Ένας φωτεινός παλμός εκπέμπεται τη χρονική στιγμή $t=0$ από ένα φάρο O προς δύο ακίνητα πλοία A και B τα οποία βρίσκονται σε ίσες διαμετρικά αντίθετες αποστάσεις $L=1.5\text{km}$ από το φάρο. Την ίδια χρονική στιγμή $t=t'=0$ ένα διαστημόπλοιο O' διέρχεται πάνω από τη θέση του φάρου με σταθερή ταχύτητα $V=0.6c$, όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα.

- α) Για παρατηρητές στο φάρο και στο διαστημόπλοιο ο παλμός φθάνει στα πλοία A και B ταυτόχρονα; Εάν όχι σε ποιο φθάνει πρώτα και κατά πόσο;

- β) Αν οι φωτεινοί παλμοί ανακλαστούν από κατάλληλα κάτοπτρα που είναι τοποθετημένα στα πλοία A και B και επιστρέψουν στο φάρο πόσο θα διαρκέσει το ταξίδι τους για παρατηρητές του φάρου και του διαστημοπλοίου;



39. Δύο πόλεις A και B απέχουν μεταξύ τους 100km . Τα ρολόγια τους συγχρονίζονται με ένα ραδιοφωνικό σήμα που εκπέμπεται από το σημείο Γ στο μέσο της απόστασης των δύο πόλεων. Θεωρούμε ότι οι πόλεις A, B και το σημείο Γ βρίσκονται σε ευθεία γραμμή. Ένα διαστημόπλοιο κινείται κατά την ευθεία AB, από το A προς B, με ταχύτητα v ίση προς 60% της ταχύτητας του φωτός.

- α) Θεωρούν οι διαστημάνθρωποι ότι το σημείο Γ ισαπέχει από τις πόλεις A και B; Δικαιολογείστε την απάντησή σας χωρίς υπολογισμούς.
 β) Ποια η απόσταση AB, κατά τους διαστημάνθρώπους;
 γ) Ποιο από τα δύο γήινα ρολόγια θεωρούν ότι πάει μπροστά από το άλλο, και κατά πόσο;
 δ) Το διαστημόπλοιο εκπέμπει το δικό του ραδιοφωνικό σήμα ακριβώς όταν περνάει πάνω από το Γ. Το σήμα τους θα ληφθεί στις A και B κατά τον ίδιο γήινο χρόνο; Κατά τον ίδιο χρόνο του διαστημοπλοίου;

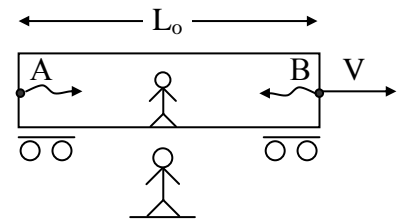
40. Ένα διαστημικό βαγόνι ιδιομήκους L_0 κινείται με σταθερή ταχύτητα V . Σύμφωνα με παρατηρητή του βαγονιού σε κάποια χρονική στιγμή δύο φωτόνια εκπέμπονται ταυτόχρονα από τα σημεία A και B (βλέπε διπλανό σχήμα).

- α) Σύμφωνα με εξωτερικό παρατηρητή στη Γη τα δύο φωτόνια εκπέμπονται ταυτόχρονα; Δικαιολογείστε την απάντησή σας με σχετικό υπολογισμό.

- β) Υπολογίστε τη διάρκεια πτήσης των φωτονίων ΔT_{AB} και ΔT_{BA} ως προς τον εξωτερικό παρατηρητή. Τι συμπεραίνετε;

- γ) Με βάσει και τα αποτελέσματα των α) και β) σε ένα διάγραμμα Minkowski ως προς τον εξωτερικό παρατηρητή (ct, x), χαράξτε τις κοσμικές γραμμές:

- i) του σημείου A,
 ii) του σημείου B,
 iii) των δύο φωτονίων που εκπέμπονται από τα A και B.



Ασκήσεις Κεφαλαίου 3

1. Για ποια ταχύτητα ο κλασικός τύπος $K = \frac{1}{2}mv^2$ δίνει ένα σφάλμα 1% στον υπολογισμό της κινητικής ενέργειας;

2. α) Για ποια ταχύτητα η ολική ενέργεια ενός σωματίου ισούται με το διπλάσιο της κινητικής του ενέργειας;

β) Για την ταχύτητα αυτή πώς συγκρίνεται η κινητική ενέργεια του σωματίου με την ενέργεια ηρεμίας του mc^2 ;

3. Η ορμή ενός ηλεκτρονίου είναι 90% μεγαλύτερη από την αντίστοιχη κλασική τιμή.

α) Πόσο επι της % μεγαλύτερη θα είναι η κινητική του ενέργεια από την αντίστοιχη κλασική τιμή;

β) Θα άλλαζε και πώς το αποτέλεσμα σας αν το σωματίο ήταν πρωτόνιο;

Δίνονται οι μάζες ηρεμίας, $m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$, $m_p c^2 = 938.3 \text{ MeV}$

4. Ως 'υπερσχετικιστικό' ορίζεται ένα σωματίο για το οποίο ισχύει $E \gg mc^2$. Δείξτε ότι η ταχύτητα

ενός 'υπερσχετικιστικού' σωματίου δίνεται κατά προσέγγιση από τη σχέση: $v = c \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2 \right]$

5.α) Δείξτε ότι για χαμηλές ταχύτητες ($v \ll c$) το κατά προσέγγιση κλασματικό σφάλμα $\frac{P_{σχ} - P_{κλ}}{P_{κλ}}$ στον

υπολογισμό της ορμής χρησιμοποιώντας την κλασική έκφραση $P_{κλ}$ είναι $\frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2$.

β) Αν η ταχύτητα ενός δορυφόρου ισούται $7 \times 10^3 \text{ m/sec}$ αρκεί η κλασική έκφραση $P_{κλ}$ για τον υπολογισμό της ορμής με ακρίβεια 1 μέρος στο ένα εκατομμύριο; Για ποια ταχύτητα το σφάλμα της κλασικής έκφρασης είναι περίπου 1%;

6. α) Τι εκφράζουν οι παρακάτω σχέσεις και υπό ποιες προϋποθέσεις ισχύουν;

$$E = mc^2, E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}, E = pc, E = \frac{p^2}{2m} + mc^2, \Delta E = \Delta mc^2$$

β) Ποια είναι η αντίστοιχη κινητική ενέργεια σε κάθε περίπτωση;

7. Ένας κύβος πυκνότητας ρ και ακμής L κινείται σε διεύθυνση παράλληλη προς μια από τις ακμές του με ταχύτητα v , συγκρίσιμη με την ταχύτητα του φωτός c . Ποιες οι τιμές του όγκου του κύβου και της πυκνότητας του στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου;

8. Αποδείξτε ότι η σχετικιστική έκφραση της δύναμης F που ασκείται σε σωματίο μάζας ηρεμίας m κατά

την διεύθυνση της ταχύτητας του v είναι: $F = m \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-3/2} \frac{dv}{dt}$

9. Ένα φορτισμένο σωματίδιο κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά μέσα σε ένα ηλεκτρικό πεδίο έντασης E με ταχύτητα v . Αν η διεύθυνση της κίνησης και ηλεκτρικό πεδίο είναι παράλληλα προς τον άξονα x .

α) Αποδείξτε ότι η επιτάχυνση του φορτίου q δίνεται από τη σχέση : $a = \frac{dv}{dt} = \frac{qE}{m} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}$

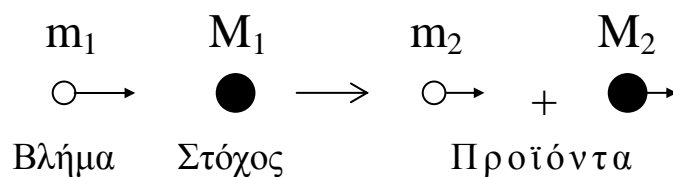
β) Μελετήστε τη σημασία της εξάρτησης της επιτάχυνσης από την ταχύτητα.

γ) Αν το σωματίδιο ξεκινά από την κατάσταση ηρεμίας στο $x=0$ τη στιγμή $t=0$ πως θα προχωρούσατε για να βρείτε την ταχύτητα και τη θέση του σωματιδίου μετά από πάροδο χρόνου t .

10. Αν ένα φορτισμένο σωματίδιο κινείται σε κυκλική τροχιά με σταθερό μέτρο ταχύτητας v παρουσία ενός σταθερού μαγνητικού πεδίου, χρησιμοποιήστε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για να αποδείξετε ότι

η συχνότητα της τροχιακής κίνησης δίνεται από τη σχέση : $f = \frac{qB}{2\pi m} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}$

11. Μια συνήθης μορφή πυρηνικών αντιδράσεων είναι η ακόλουθη:



όπου m_1, M_1 , οι μάζες ηρεμίας των σωματιδίων βλήματος και στόχου αντίστοιχα και m_2, M_2 οι μάζες ηρεμίας των σωματιδίων προϊόντων της αντίδρασης. Στηριζόμενοι σε γενικές αρχές δείξτε ότι:

$$Q = \Delta K = [(m_1 + M_1) - (m_2 + M_2)]c^2$$

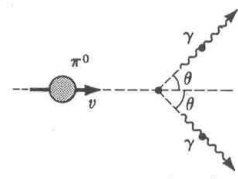
όπου $Q = \Delta K$ η μεταβολή της ολικής κινητικής ενέργειας κατά την αντίδραση. Σε ποια από τις περιπτώσεις $Q=0$, $Q > 0$, $Q < 0$, έχουμε μετατροπή ενέργειας σε μάζα; Στην περίπτωση αυτή υπάρχει περιορισμός στην κινητική ενέργεια του σωματιδίου βλήματος για να πραγματοποιηθεί η αντίδραση;

12. Ένα πiónιο που κινείται προς την ανατολή διασπάται σε δύο φωτόνια το ένα κινείται προς την ανατολή και το άλλο προς τη δύση. Το φωτόνιο που κινείται προς την ανατολή έχει διπλάσια ενέργεια από αυτό που κινείται προς τη δύση. Αποδείξτε ότι το πiónιο εκκινείτο με το ένα τρίτο της ταχύτητας του φωτός πριν από τη διάσπαση του.

13. Ένα ουδέτερο πiónιο, που κινείται με ταχύτητα $v = \beta c$, διασπάται σε δύο φωτόνια οι τροχιές των οποίων σχηματίζουν ίσες γωνίες θ με την αρχική διεύθυνση του πιονίου, όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα. Αποδείξτε ότι:

α) τα φωτόνια έχουν ίση ενέργεια

β) $\cos\theta = \beta$



14. Ένα θετικό πiónιο, που αρχικά βρίσκεται σε ηρεμία, διασπάται σε ένα μιονίου και ένα νετρίνο σύμφωνα με το ακόλουθο σχήμα ($\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$). Υπολογίστε την κινητική ενέργεια του μιονίου μ^+ και του νετρίνου ν_μ . Δίνονται : $m_\pi c^2 = 140\text{MeV}$, $m_\mu c^2 = 105\text{MeV}$, $m_{\nu_\mu} \approx 0$.

15. Ένα θετικό πiónιο μάζας M , που αρχικά βρίσκεται σε ηρεμία, διασπάται σε ένα μιονίου μάζας m και ένα νετρίνο που δεν έχει μάζα ($\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$).

α) Χρησιμοποιώντας τις αρχές διατήρησης δείξτε ότι η ταχύτητα του μιονίου δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{v}{c} = \frac{(M/m)^2 - 1}{(M/m)^2 + 1}$$

β) Χρησιμοποιώντας τις γνωστές μάζες του πιονίου και του μιονίου, υπολογίστε το v/c αριθμητικά.

γ) Αν το πόνιο διασπάται σε ένα ποζιτρόνιο και ένα νεutrίνο ($\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$) πως μεταβάλλονται τα αποτελέσματα των **α)** και **β)**;

16. Πρωτόνιο με ολική ενέργεια 7GeV συγκρούεται με δεύτερο ακίνητο πρωτόνιο. Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου ορμής των δύο πρωτονίων.

Δίνεται ότι $m_p c^2 = 0.938 \text{ GeV}$.

17. Ένα ηλεκτρόνιο με ολική ενέργεια $7m_e c^2$ πλησιάζει ένα άλλο ηλεκτρόνιο το οποίο είναι ακίνητο. Δείξτε ότι η ταχύτητα του συστήματος του κέντρου ορμής για το ζεύγος αυτό των ηλεκτρονίων είναι κατά προσέγγιση $0.87c$.

18. Ένα σωματίο μάζας m κινείται με ταχύτητα β_1 (σε μονάδες c) προς ένα ίδιο σωματίο που είναι ακίνητο.

α) Δείξτε ότι η ταχύτητα του κέντρου ορμής (σε μονάδες c) δίνεται από την σχέση, $\beta_c = \frac{\beta_1}{1 + \sqrt{1 - \beta_1^2}}$

β) Αν η ενέργεια E_1 του προσπίπτοντος σωματίου υπερβαίνει κατά πολύ την ενέργεια ηρεμίας του mc^2 δείξτε ότι $\beta_c \cong 1 - (mc^2/E_1)$

19. Ένα φωτόνιο του οποίου η ενέργεια είναι 0.511 MeV πλησιάζει ένα ακίνητο ηλεκτρόνιο, του οποίου η ενέργεια ηρεμίας είναι 0.511 MeV .

α) Ποια είναι η αναλλοίωτη μάζα του συστήματος αυτού;

β) Ποια είναι η μέγιστη δυνατή ολική μάζα των προϊόντων της συγκρούσεως αυτής του φωτονίου-ηλεκτρονίου;

20.α) Δύο 1-MeV φωτόνια κινούνται κατά την ίδια διεύθυνση. Ποια είναι η αναλλοίωτη μάζα του συστήματος αυτού;

β) Δύο 1-MeV φωτόνια κινούνται σε ακριβώς αντίθετες διευθύνσεις. Ποια είναι η αναλλοίωτη μάζα του συστήματος αυτού;

γ) Ποια είναι η μάζα ηρεμίας του τελευταίου συστήματος;

21. 10^{30} φωτόνια ,που το καθένα έχει ενέργεια 1MeV , κινούνται μέσα σε ένα κατά τα άλλα άδειο δοχείο του οποίου τα εσωτερικά τοιχώματα είναι τελείως ανακλαστικά. Η ολική ορμή του συστήματος είναι μηδέν.

α) Ποια είναι η ολική ενέργεια του συστήματος αυτού σε Joules; Πόση είναι η μάζα ηρεμίας του;

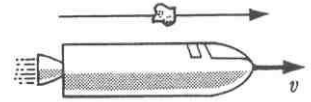
β) Με ποια ταχύτητα πρέπει να κινηθεί το δοχείο για να προσθέσει 1J ενέργεια στο σύστημα ;

22. Σωματίο μάζας m και Κινητικής ενέργειας $K = nmc^2$, όπου n ακέραιος, συγκρούεται και προσκολλάται με όμοιο σωματίο σε ηρεμία. Το νέο σωματίο μάζας M κινείται προς τα εμπρός κατά τη διεύθυνση κινήσεως του προσπίπτοντος σωματίου.

α) Εκφράστε τη μάζα του νέου σωματίου M συναρτήσει των m και n .

β) Αν $n=1$ ποια η ταχύτητα του σωματίου m πριν τη σύγκρουση και του νέου σωματίου M μετά τη σύγκρουση;

23. Το διπλανό σχήμα δείχνει ένα μετεωρίτη που προσπερνά ένα διαστημόπλοιο. Παρατηρητές στο διαστημόπλοιο μετρούν ότι η ενέργεια του μετεωρίτη είναι $E' = 10^{17} \text{J}$ και η ορμή του είναι $P' = 10^8 \text{kg m/sec}$. Αν η ταχύτητα του διαστημοπλοίου σε σχέση με τη Γ είναι $2 \times 10^8 \text{m/sec}$ ποια είναι η ενέργεια E και η ορμή P' του μετεωρίτη όπως την μετρούν οι παρατηρητές που βρίσκονται πάνω στη Γ .



24.α) Δείξτε ότι οι εξισώσεις του μετασχηματισμού Lorentz για την ορμή και την ενέργεια ενός σωματίου οδηγούν στο μετασχηματισμό Lorentz των ταχυτήτων. Θεωρείστε μονοδιάστατη κίνηση.

β) Με βάση τις γενικές σχέσεις Ενέργειας και Ορμής του φωτονίου και τους μετασχηματισμούς Lorentz της Ενέργειας ή της Ορμής αποδείξτε τη σχέση του σχετικιστικού φαινομένου Doppler. Θεωρείστε την περίπτωση πηγής φωτός που κινείται στον άξονα x απομακρυνόμενη με σταθερή ταχύτητα V από παρατηρητή που βρίσκεται στην αρχή του άξονα x .

25. Ένα σωματίο μάζας m_1 και αρχικής ολικής ενέργειας E_1 κτυπά ένα ακίνητο σωματίο μάζας m_2 . Τα σωματία ενώνονται και σχηματίζουν ένα σωματίο μάζας m που κινείται προς τα εμπρός κατά τη διεύθυνση κίνησης του προσπίπτοντος σωματίου.

α) Δείξτε ότι, $M = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + 2m_2(E_1/c^2)}$

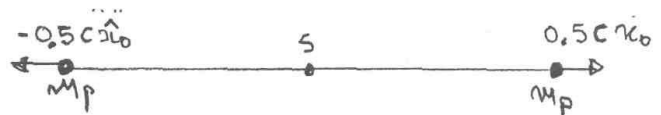
β) Ποιο είναι κατά προσέγγιση το μέγεθος του M στο μη σχετικιστικό όριο;

26. Στηριζόμενοι στις αρχές διατήρησης, δείξτε ότι ένα ελεύθερο e δεν μπορεί να απορροφήσει ένα φωτόνιο.

27. Παρατηρητής A κινείται πάνω στον άξονα x ενός αδρανειακού συστήματος αναφοράς S με ταχύτητα $V_A = (c/2)\bar{x}_0$. Ο A κρατάει στα χέρια του μια συσκευή από την οποία εκπέμπεται ένα ηλεκτρόνιο που έχει μάζα ηρεμίας m_e και ταχύτητα $V_e = (c/2)\bar{x}_0$ ως προς αυτόν. Να υπολογιστεί η ορμή και η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου για ένα παρατηρητή B ακίνητο στην αρχή του συστήματος S .

28. Έστω σωματίο με μάζα ηρεμίας $m = E/c^2$ που κινείται κατά τον άξονα y με ταχύτητα $v_y = 0.6c$. Βρείτε τις συνιστώσες του τετρανύσματος ορμής-ενέργειας του σωματίου καθώς και την κινητική του ενέργεια για παρατηρητές O και O' , όπου ο O' κινείται ως προς τον O με $V = 0.98c$ παράλληλα στον άξονα x .

29. Δύο πρωτόνια κινούνται προς αντίθετες κατευθύνσεις ξεκινώντας από ένα κοινό σημείο S με ταχύτητες ίσου μέτρου $0.5c$, όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα. Να υπολογίσετε:



- α) Την ολική σχετικιστική ενέργεια και ορμή ενός από τα πρωτόνια ως προς το κοινό σημείο εκκίνησης S.
 β) Την ολική σχετικιστική ενέργεια και ορμή του ενός πρωτονίου ως προς το σύστημα αναφοράς του άλλου.

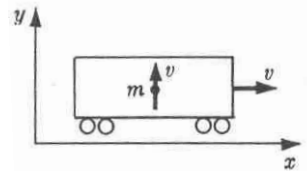
Η μάζα ηρεμίας m_p του πρωτονίου θεωρείται γνωστή.

30. Σε ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς O_{xy} ένα πρωτόνιο είναι ακίνητο σε ένα σημείο του άξονα x, ενώ ένα άλλο απομακρύνεται από το πρώτο με ταχύτητα $0.8c\hat{x}_0$. Ζητούνται:

- α) Η ορμή και η ενέργεια κάθε πρωτονίου όπως τις μετρά παρατηρητής του συστήματος O.
 β) Η ταχύτητα V του κέντρου ορμής των δύο πρωτονίων
 γ) Η ορμή και η ολική σχετικιστική ενέργεια κάθε πρωτονίου ως προς παρατηρητή που κινείται μαζί με το κέντρο ορμής.

Η ενέργεια ηρεμίας $m_p c^2$ και η ταχύτητα του φωτός c θεωρούνται γνωστές.

31. Σωματίο μάζας m κινείται κατακόρυφα με ταχύτητα v σχετικά με ένα διαστημικό βαγόνι που κινείται με ταχύτητα ίδιου μέτρου σε σχέση με το έδαφος όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα.

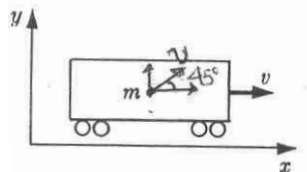


- α) Ποια είναι η ενέργεια και η ορμή του σωματίου στο σύστημα αναφοράς του βαγονιού;
 β) Βρείτε τις συνιστώσες της ορμής και την ενέργεια του σωματίου στο σύστημα αναφοράς του εδάφους.
 γ) Δείξτε ότι στο σύστημα αναφοράς του εδάφους η τροχιά του σωματίου σχηματίζει μια γωνία με τον οριζόντιο άξονα που δίνεται από τη σχέση, $\theta = \text{τοξοφ}[(1 - \beta^2)^{1/2}]$. Πόση είναι η γωνία αυτή για $\beta \rightarrow 0$ και $\beta \rightarrow 1$;

δ) Επαληθεύστε ότι οι εκφράσεις σας για την ενέργεια και την ορμή ικανοποιούν την απαίτηση του αναλλοίωτου,

$$(E/c)^2 - p_x^2 - p_y^2 = (E'/c)^2 - p_x'^2 - p_y'^2$$

32. Ένα σχετικιστικό σωματίο μάζας m κινείται με ταχύτητα μέτρου v σχετικά με ένα διαστημικό βαγόνι που κινείται επίσης με ταχύτητα ίδιου μέτρου v όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα.



- α) Γράψτε την ολική ενέργεια, τις συνιστώσες της ταχύτητας και της ορμής του σωματίου στο σύστημα αναφοράς του βαγονιού.
 β) Ποια η ολική ενέργεια, οι συνιστώσες της ταχύτητας και της ορμής του σωματίου καθώς και η γωνία φ στο σύστημα αναφοράς του εδάφους;

33. Θεωρούμε ένα ακίνητο πiónιο π^- που διασπάται σε ένα μiónιο μ^- και ένα νετρίνο ν_μ . Το μiónιο διανύει απόσταση $L=200\text{m}$ πρίν διασπαστεί και αυτό.

- α) Υπολογίστε την ταχύτητα του μιονίου.
 β) Βρείτε τον μέσο χρόνο ζωής τ του μιονίου στο δικό του σύστημα αναφοράς.
 Δίνονται οι ενέργειες ηρεμίας, $m_\pi c^2=140\text{MeV}$, $m_\mu c^2=105\text{MeV}$.